Nennt man die Zahl, mit welcher multiplizirt ist, allgemein m, den bei der Division mit 15 bleibenden Rest r, so ist

$$m \,.\, 7 = n \,.\, 15 + r,$$

wo n eine ganze Zahl bedeutet.

Daß ein Rest nicht mehr als einmal vorkommen kann, läßt sich indirekt beweisen. Angenommen für $m = m_1$ und $m = m_2$ käme derselbe Rest r_1 vor, so wäre

$$m_1 \,.\, 7 = n_1 \,.\, 15 + r,$$
$$m_2 \,.\, 7 = n_2 \,.\, 15 + r,$$
$$(m_1 - m_2)\, 7 = (n_1 - n_2)\, 15$$
$$\frac{m_1 - m_2}{n_1 - n_2} = \frac{15}{7} \quad \ldots (1)$$

D. h. in Worten: Die Zahlen m_1, m_2, n_1, n_2, welche denselben Rest liefern, müssen in der durch (1) ausgesprochenen Beziehung zu einander stehen. Und da m und n ganze Zahlen sind, so können dieselben Reste nur vorkommen, wenn

$(m_1 - m_2) = 15$ oder $2 \,.\, 15$ oder $3 \,.\, 15$ ꝛc. und gleichzeitig
$(n_1 - n_2) = 7$ oder $2 \,.\, 7$ oder $3 \,.\, 7$ ꝛc. ist.

Nimmt man $m_1 = 1$, so ist die kleinste Zahl für m_2, welche denselben Rest liefert wie m_1, danach 16. Wie also oben behauptet kommt unter den Resten der Division $7 \,.\, 1 : 15$, $7 \,.\, 2 : 15$ u. s. f. bis $7 \,.\, 15 : 15$ derselbe Rest (die Null mit eingeschlossen) nur einmal vor oder die Reste bestehen aus den Zahlen 1 bis 15. —

22) Beachtet noch einen Zusammenhang dieser Regel mit anderen Kunststücken: „Wenn Ihr 21 Leute im Kreise aufstellt, jeden 8ten Mann abzählt und wollt, daß ein bestimmter schließlich übrig bleibt, bei welchem müßt Ihr zu zählen anfangen? Die Anordnung muß gemacht werden genau wie bei der Blattstellung $\frac{8}{21}$. Derjenige, bei welchem Ihr anfangt zu zählen, bleibt übrig. Wohlbemerkt, Ihr dürft die abgezählten nicht austreten lassen.

Zur zwölften Unterhaltung.

23) Vgl. S. 174 Nr. 1. Herr Wind hatte 7 Kinder, einen Sohn und 6 Töchter.

24) Vgl. S. 174 Nr. 2. Nur Einer ging nach Stötteritz, die übrigen begegneten ihm.

UB Braunschweig http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00056403